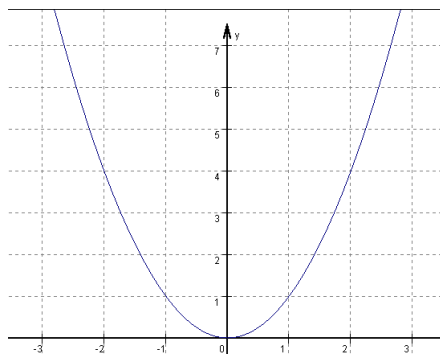


## 5.3. Verschiebungen

In diesem Kapitel wollen wir uns mit verschiedenen Funktionstypen beschäftigen, und insbesondere damit, wie sich Veränderungen an bestimmten Stellen der Funktion auf den Graphen der Funktion auswirken. Es geht um folgende Funktionstypen, wobei man links die allgemeine Standardform der entsprechenden Funktion sieht und rechts daneben den Graphen der Funktion.

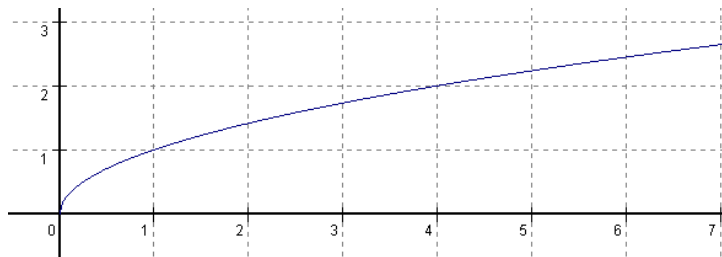
### 1. Quadratische Funktion:

$$f(x) = x^2$$



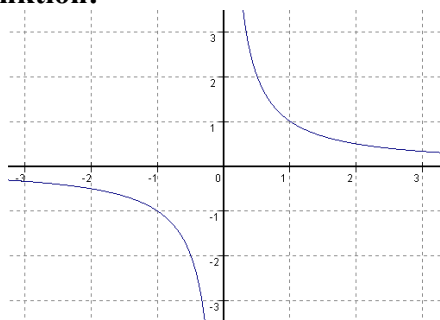
### 2. Wurzelfunktion:

$$f(x) = \sqrt{x}$$



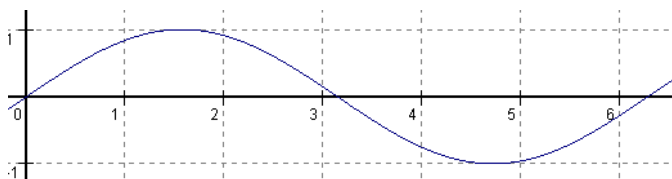
### 3. Gebrochen Rationale Funktion:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$



### 4. Sinusfunktion:

$$f(x) = \sin(x)$$



Verändert man obige Standardfunktionen, indem man so genannte Parameter (a bis d) einfügt, dann ändert sich auch der entstehende Graph nach festen Regeln. Im Folgenden sieht man,

welche Veränderungen man an den Funktionen durchführen kann und wie sich diese Veränderungen auf den Graphen auswirken.

1 Quadratische Funktion:  $f(x) = a \cdot (x + b) + c$

2. Wurzelfunktionen:  $f(x) = a \cdot \sqrt{x + b} + c$

3. Gebrochen-Rationale Funktion:  $f(x) = a \cdot \frac{a \cdot 1}{x + b} + c$

4. Sinusfunktion:  $f(x) = a \cdot \sin(d \cdot x + b) + c$

### Die Parameter a bis d wirken sich auf die Funktionen folgendermaßen aus

$a > 1$   $\Rightarrow$  Streckung der Funktion

$a < 1$   $\Rightarrow$  Stauchung der Funktion

**Anmerkung:** Bei der Sinusfunktion ist a auch gleichzeitig die Amplitude, also die Höhe des Hügels der Sinuskurve.

$a > 0$   $\Rightarrow$  keine Spiegelung

$a < 0$   $\Rightarrow$  Spiegelung in x-Richtung

$b > 0$   $\Rightarrow$  Verschiebung der Funktion nach links

$b < 0$   $\Rightarrow$  Verschiebung der Funktion nach rechts

$c > 0$   $\Rightarrow$  Verschiebung der Funktion nach oben

$c < 0$   $\Rightarrow$  Verschiebung der Funktion nach unten

$d > 2\pi$

oder  $\Rightarrow$  Frequenz erhöht sich, Periode wird kleiner

$d > 360^\circ$

$d < 2\pi$

oder  $\Rightarrow$  Frequenz verringert sich, Periode wird größer

$d < 360^\circ$

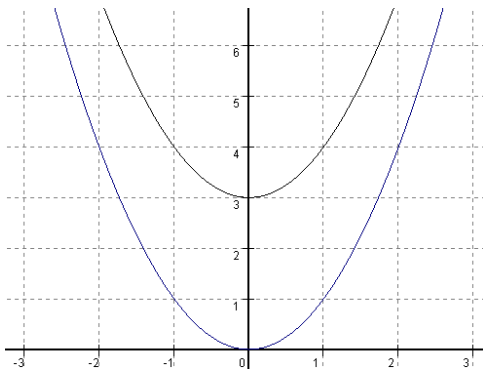
**Anmerkung:** Die Periode existiert nur bei der Sinusfunktion (Kosinusfunktion) und ist die Strecke, in der die Sinuskurve einmal nach oben und einmal nach unten gelaufen ist. Die Periode wird insgesamt aus 3 Nullstellen gebildet, wenn die Sinusfunktion nicht nach oben bzw. unten verschoben wurde. Die Periode kann übrigens folgendermaßen berechnet werden:

$$Periode = \frac{2\pi}{d} = \frac{360^\circ}{d}$$

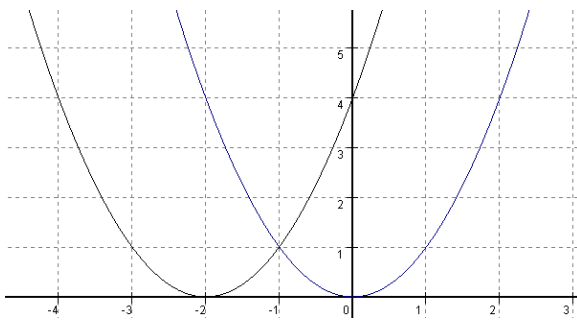
Auf den folgenden Seiten sind Beispiele, wie sich die Parameter auf die Funktionen auswirken.

## Beispiele für die Quadratische Funktion

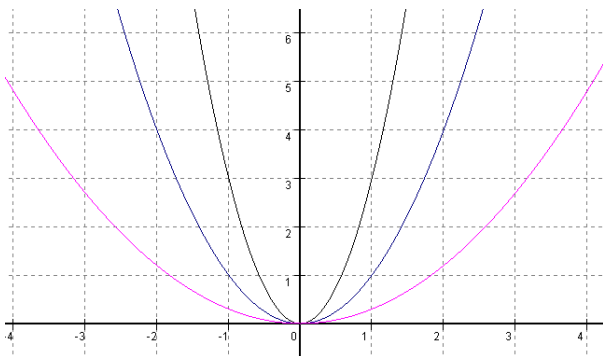
Hier siehst du jeweils die Normalparabel  $f(x) = x^2$  und die Auswirkung des entsprechenden Parameters:



$$f(x) = x^2 + 3 \quad (c = 3, \text{ also } 3 \text{ nach oben})$$

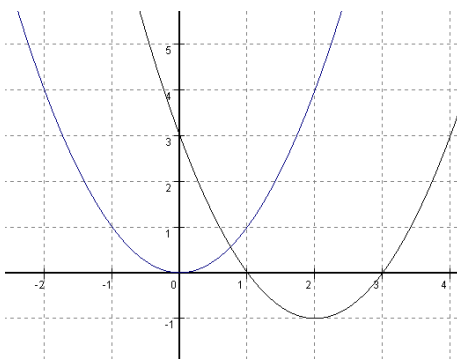


$$f(x) = (x + 2)^2 \quad (b = 2, \text{ also } 2 \text{ nach links})$$



$$f(x) = 3 \cdot x^2 \quad \text{und} \quad f(x) = 0,3 \cdot x^2$$

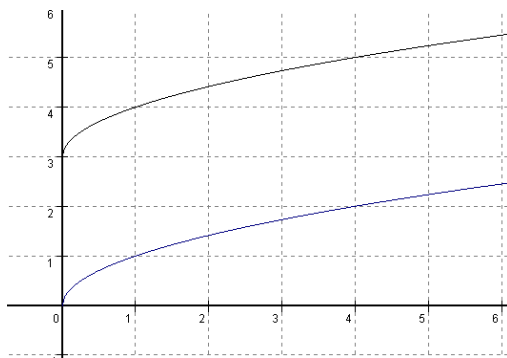
( $a = 3$ , also gestreckt, also enger)  
 ( $a = 0,3$ , also gestaucht, also weiter)



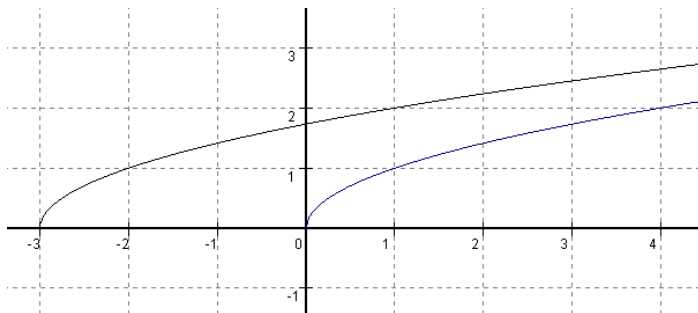
$$f(x) = (x - 2)^2 - 1 \quad (1 \text{ nach unten und } 2 \text{ nach rechts})$$

## Beispiele für die Wurzelfunktion

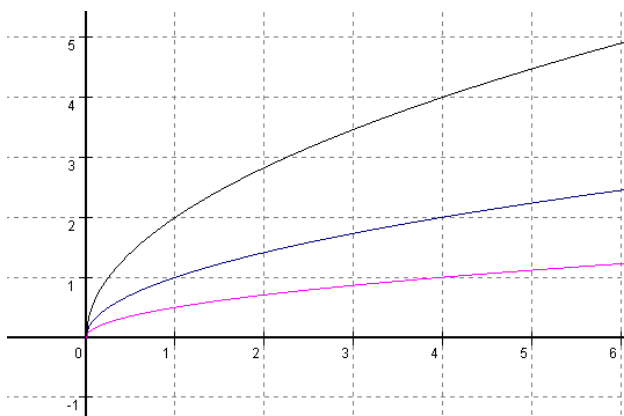
Hier siehst du jeweils die Standardwurzelfunktion und die Auswirkung des entsprechenden Parameters:



$$f(x) = \sqrt{x} + 3 \quad (c = 3, \text{ also } 3 \text{ nach oben})$$



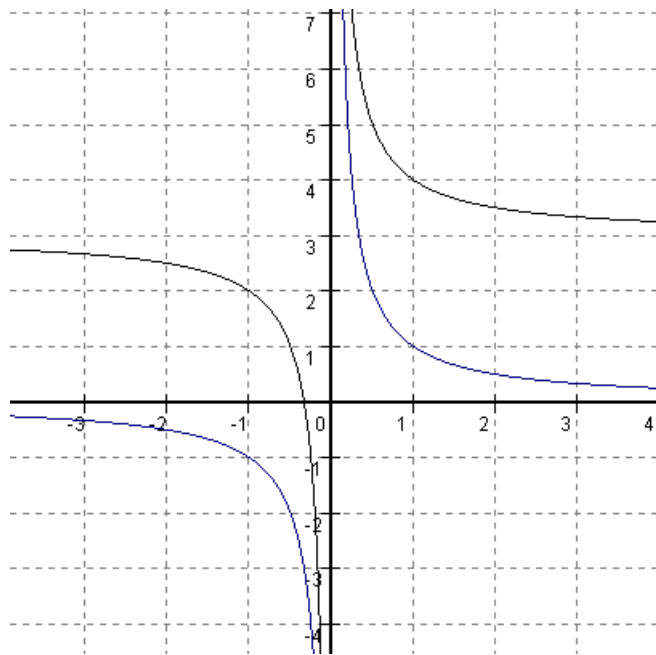
$$f(x) = \sqrt{x + 3} \\ (b = 3, \text{ also } 3 \text{ nach links})$$



$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} \quad \text{und} \quad f(x) = 0,5 \cdot \sqrt{x} \\ (a = 2, \text{ also schneller ansteigend}) \\ (a = 0,5, \text{ also langsamer ansteigend})$$

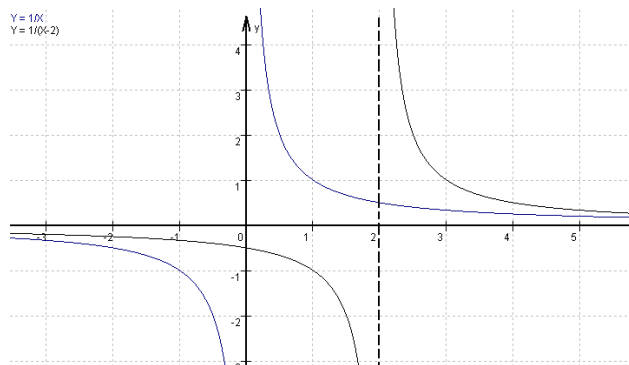
## Beispiele für Gebrochen Rationale Funktionen

hierHiehst du jeweils die gebrochen rationale Funktion  $\frac{1}{x}$  und die Auswirkung des entsprechenden Parameters:



$$f(x) = \frac{1}{x} + 3$$

(c = 3, also 3 nach oben)

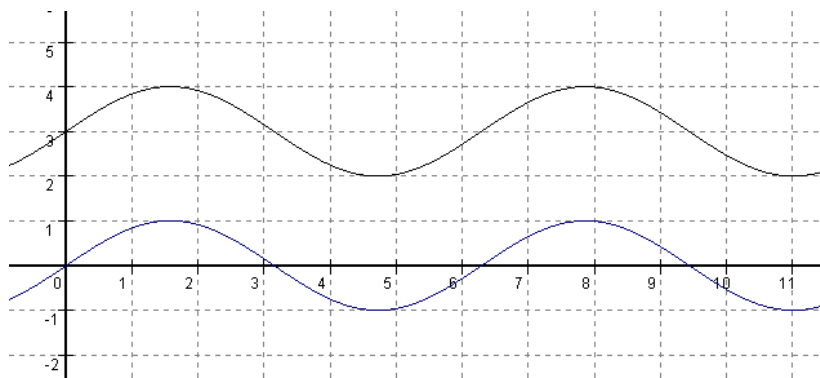


$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$

(b = -2, also 2 nach rechts)

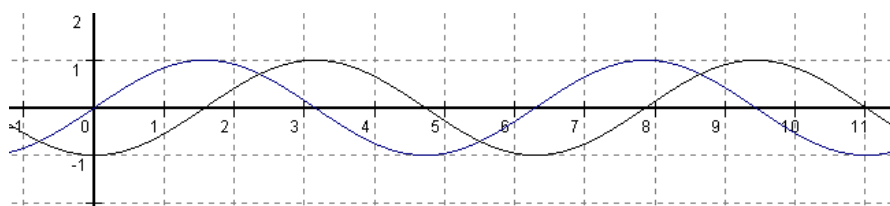
**Beispiele für Sinusfunktion**

Hier siehst du jeweils die Original Sinusfunktion  $\sin(x)$  und die Auswirkung des entsprechenden Parameters:



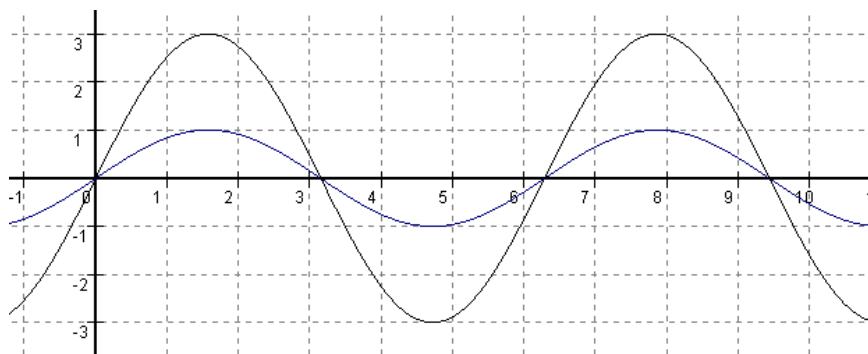
$$f(x) = \sin(x) + 3$$

( $c = 3$ , also 3 nach oben)



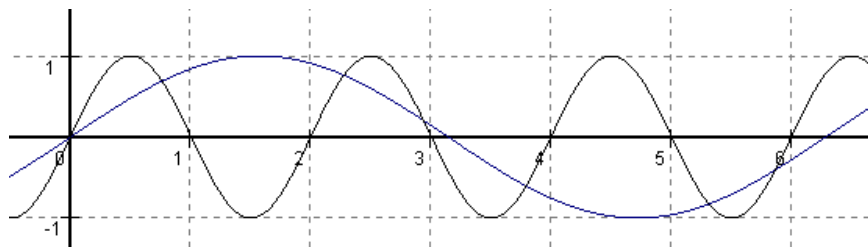
$$f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

( $b = -\frac{\pi}{2}$ , also um 1,57 nach rechts)



$$f(x) = 3 \cdot \sin(x)$$

( $a = 3$ , also Amplitude = 3, also die Höhe der Welle)



$$f(x) = \sin(\pi \cdot x)$$

( $d = \pi$ , also Periode  $p$  bei 2 wegen  $p = \frac{2\pi}{d} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ , also eine Sinusbewegung alle 2 Einheiten)