a) Gegeben ist eine Ebene in Koordinatendarstellung und diese soll in die Allgemeine Normalenform (ANF) umgewandelt werden.

$$E: n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$$

Aus der Koordinatenform kann man sofort die Komponenten des Normalenvektors ablesen, das sind nämlich die Koeffizienten (Faktoren) bei den x-Komponenten. Wir erhalten somit folgenden Normalenvektor n:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$

Als nächstes müssen wir einen beliebigen Ortsvektor a eines Punkt der Ebene bestimmen.

Dazu setzen wir in die Koordinatengleichung für 2 beliebige der insgesamt 3 x-Komponenten beliebige Zahlen ein und lösen nach der verbliebenen x-Komponente auf. Dadurch erhalten wir 3 Komponenten, die dann die Komponenten des gesuchten Ortsvektors a sind. Wir haben nun also den Normalenvektor n und einen Ortsvektor a, der zu einem Punkt in der Ebene führt. Diese beiden Vektoren setzen wir einfach in eine der 3 Versionen für die Allgemeine Normalenform ein und sind dann am Ziel:

1.) $E: \vec{n} * (\vec{x} - \vec{a}) = 0$
2.) $E: \vec{n} * \vec{x} = \vec{n} * \vec{a}$
3.) $E: \vec{n} * \vec{x} = d \qquad mit \qquad d = \vec{n} * \vec{a}$

Auf der nächsten Seite wird ein Beispiel vorgerechnet, wie man eine Ebene von Koordinatenform in die Allgemeine Normalenform (ANF) umwandelt.

Dazu gleich ein **Beispiel:** Gegeben ist die Ebene E in Koordinatenform. Wandle sie in die Allgemeine Normalenform (ANF) um.

$$E: -11x_1 + 6x_2 + x_3 = 10$$

Wir wollen ja den folgenden Ausdruck erreichen (Version 1): $E: \vec{n} * (\vec{x} - \vec{a}) = 0$.

Dazu brauchen wir den Normalenvektor n und einen Stützvektor a (Punkt der Ebene).

Den Normalenvektor können wir aus der Koordinatenform direkt ablesen.

$$E: -11x_1 + 6x_2 + x_3 = 10 \qquad => \qquad \vec{n} = \begin{pmatrix} -11 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jetzt benötigen wir nur noch einen Punkt der Ebene. Dazu schreiben wir uns die Ebene in Koordinatenform auf und denken uns für zwei der drei x-Werte beliebige Zahlen aus. Hier bietet sich z.B. an, dass man $x_1 = 0 \quad und \quad x_2 = 0$ setzt. Man kann wie gesagt an dieser Stelle frei wählen. Die Null ist meist praktisch, aber auch andere Werte kann man sich so aussuchen, dass die Aufgabe eben gut aufgeht. Wir haben wie gesagt zweimal die Null gewählt und erhalten:

$$E: -11x_1 + 6x_2 + x_3 = 10 \qquad => \qquad E: -11 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + x_3 = 10 \qquad => \qquad x_3 = 10$$

Wir haben zwei x-Werte frei gewählt und wenn wir diese in die Koordinatenform einsetzen, dann ergibt sich der dritte x-Wert automatisch so, dass wir einen Punkt der Ebene erhalten, nennen wir diesen Punkt einfach mal A (0 / 0 / 10). Dieser Punkt liegt in der Ebene und deshalb können wir ihn als Stützvektor in der Allgemeinen Normalenform benutzen. Wir setzen den Stützvektor a und den Normalenvektor n in die ANF ein und erhalten:

$$E: \vec{n} * (\vec{x} - \vec{a}) = 0 \qquad => \qquad E: \begin{pmatrix} -11 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} * \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \right] = 0$$