

2.2. Prozentrechnung

Die Prozentrechnung ist eine Sache, die man normalerweise in der 7. Klasse lernt, die aber zur Erhöhung des Schwierigkeitsgrades von Aufgaben in höheren Klassen immer wieder auftaucht. Außerdem ist die Prozentrechnung etwas, das man später im „richtigen Leben“ auch sehr gut gebrauchen kann.

Fangen wir zunächst mit der Formel an:

$$P_w = \frac{G \cdot p_s}{100} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} P_w = \text{Prozentwert} \\ p_s = \text{Prozentsatz} \\ G = \text{Grundwert} \end{array}$$

Mit der Zeit kann man für die Prozentrechnung ein Gespür entwickeln, allerdings, wer keinen Zugang bekommt, der sollte sich unbedingt an die Formel halten. **Schreibe die Formel auf, löse nach der Variable auf, die du berechnen willst, setze die bekannten Zahlen für die Variablen ein und berechne den Wert der unbekannt Variable.** Der Formel liegt übrigens der Dreisatz zugrunde. Der Grundwert G (100 %) wird durch 100 geteilt, damit weiß man wie viel 1 % ist. Diese Zahl wird mit dem Prozentsatz multipliziert. Wenn man den Wert für 1 % mit z.B. 15 multipliziert, erhält man logischerweise 15 %.

Die Prozentrechnung taucht meist in Verbindung mit Textaufgaben auf. Dabei muss man den Variablen in der Formel die entsprechende Zahl aus der Aufgabe zuordnen. Am leichtesten ist der Wert für den Prozentsatz (klein p mit dem Index s) zu erkennen, denn der Prozentsatz ist immer mit dem %-Zeichen ausgestattet. Der Grundwert ist immer der Ausgangswert (meist mit dem Wort „von“ versehen) und ist daher immer 100 %. Der Prozentwert (groß P mit dem Index W) ist immer ein bestimmter Prozentsatz vom Grundwert. Ist der Prozentsatz kleiner als 100 %, so ist der Prozentwert kleiner als der Grundwert. Ist der Prozentsatz größer als 100 %, so ist der Prozentwert größer als der Grundwert.

Damit du ein Gespür für die Prozentrechnung bekommst, einige **Beispiele**:

Wie viel sind 20 % von 300? Der Prozentsatz beträgt 20, wie man am %-Zeichen leicht erkennen kann. Jetzt muss man nur noch überlegen, ob die 300 der Grundwert oder der Prozentwert ist. Die 20 % sollen **von** 300 gerechnet werden, sozusagen von dem Ausgangswert. Also ist 300 der Grundwert. Durch einsetzen in die Formel erhalten wir:

$$P_w = \frac{G \cdot p_s}{100} = \frac{300 \cdot 20}{100} = 60$$

Antwort: 20 % (Prozentsatz) von 300 (Grundwert) sind also 60 (Prozentwert)

Diese Frage hätte man übrigens auch ohne Formel lösen können. 300 war ja der Grundwert. 10 % von 300 sind 30 (300 durch 10, aber bitte nur bei 10 % so rechnen, nicht bei anderen Prozentsätzen). Wenn 30 also 10 % sind, und man will 20 % wissen, dann nimmt man doch beides mal 2 und erhält dann 60 für 20 %.

Wie kann man diese Vorgehensweise beschreiben. Überlege, wie viel 10 % sind und bestimme dann den eigentlich gesuchten Prozentwert, indem man den Wert von 10 % mit der entsprechenden Zahl multipliziert.

Wie viel Prozent sind 450 von 900? Das Wort von vor der 900 ist der Hinweis, dass die 900 der Grundwert sein müssen. Da bei 450 kein %-Zeichen dabeisteht, kann das nicht der Prozentsatz sein, sondern das muss der Prozentwert sein. Gesucht ist hier also nach dem Prozentsatz und wir lösen die Formel nach dem Prozentsatz auf und setzen dann die bekannten Daten ein:

$$P_w = \frac{G \cdot p_s}{100} \quad | \text{ Seiten vertauschen}$$

$$\frac{G \cdot p_s}{100} = P_w \quad | \cdot 100$$

$$G \cdot p_s = P_w \cdot 100 \quad | : G$$

$$p_s = \frac{P_w \cdot 100}{G} = \frac{450 \cdot 100}{900} = 50 \%$$

Antwort: 450 (Prozentwert) von 900 (Grundwert) sind 50 % (Prozentsatz)

Kurze Kontrolle: 10 % von 900 sind 90. Das mal 5 genommen und wir erhalten, dass 50 % von 900 eben die 450 sind.

Versuchen wir doch mal als nächstes eine Textaufgabe. Eine Stereo-Anlage wurde um 30 Euro im Preis herabgesetzt. Das entspricht einem Nachlass von 15 %. Wie teuer war die Stereo-Anlage vor der Preissenkung?

Der Prozentsatz beträgt 15 %, wie man wieder leicht am Prozentzeichen erkennen kann. Gesucht ist hier der Ausgangswert (Grundwert), von dem man 15 % rechnen soll, so dass der Prozentwert, nämlich die 30 Euro, herauskommen. Wir schreiben wieder die allgemeine Formel für die Prozentrechnung auf und lösen diese nach G auf. Die bekannten Daten werden dann eingesetzt und ausgerechnet.

$$P_w = \frac{G \cdot p_s}{100} \quad | \text{ Seiten vertauschen}$$

$$\frac{G \cdot p_s}{100} = P_w \quad | \cdot 100$$

$$G \cdot p_s = P_w \cdot 100 \quad | : p_s$$

$$G = \frac{P_w \cdot 100}{p_s} = \frac{30 \cdot 100}{15} = 200$$

Antwort: Die 30 Euro Preisnachlass (Prozentwert) sind 15 % (Prozentsatz) vom ursprünglichen Preis 200 Euro (Grundwert).

Auch hier kann man kurz die Kontrolle durchführen: 10 % von 200 sind 20. Wenn wir das durch 2 teilen wissen wir, dass 5 % von 200 eben 10 sind. Wir wollen insgesamt 15 % von 200, also zählen wir die Prozentsätze 5 und 10 zusammen, aber auch die Prozentwerte 10 und 20 und erhalten dann als Lösung: 15 % von 200 sind 30.